論　文

ファイナンス論的評価による待ち行列系最適制御
－収益レートに対する最適性の条件－

正員　白井健二　((株)情報工房)
非会員　天野佳則　((株)京南エレクス)
正員　井上和夫　(立命館大学)

The optimal condition as to existing optimal solution for the Queuing System with the transaction lost by using the Financial Cost Function.

Kenji Shirai, Member (Johokobo. Inc.), Yoshinori Amano, Non-Member (Kyohnan Elecs,co.LTD), Kazuo Inoue, Member (Ritsumeikan University)

The purpose of this paper is to theoretically identify the condition of optimal control problem for the Queuing system with transaction lost in the stationary. In order to prove this, we formulated and analyzed the optimal condition as the Financial Cost Function. Accordingly, we make clear this optimal condition for the system. We introduce the concept of Finance Theory in order to formulate the Financial Cost Function.

キーワード：ファイナンス理論，ジャンププロセス，計数過程，トランザクション消滅，最適制御，収益レート

1．まえがき

筆者等は，先にトランザクション消滅のあるシステム全体をバーチャルパイプラインと見なして解析する事により，ある条件のもとでは定常分布が存在するとの結果を得た[8]~[11]。トランザクション消滅とは，入力されたトランザクションが期待される出力の以前に，系外に出力される事を言う。トランザクション消滅のあるシステムの具体例としては，例えばテレフォンショッピングにおいて通販会社に商品購入の電話をかけた際，話中状態で顧客が商品購入を諦める場合，あるいは，ネットワーク系の C／S 型システムで，複数のクライアントから出されたトランザクションが基幹 LAN 上で衝突する事によりトランザクションが消滅する場合が考えられる。

一般に，ファイナンス理論は資産評価のための理論であり，その中にポートフォリオ[12],[13]という資産配分の理論がある。筆者等は，このポートフォリオの考え方を待ち行列系の最適制御問題に適用する事を目的とし，図．1で待ち行列容量及びシステム財の上限に制限を加えた制御システムを考える。この時“システム財(Wealth)”とは，ファイナンスで言う資産であり，システムに収益をもたらす源泉であり，本システムを構成する設備と各入出力設備におけるトランザクションから派生する収益の蓄積である。また，“収益(Revenue)”とは，本システムから出力されるトランザクション量から派生するシステム財である。即ち，本研究で考察する最適問題は，例えば C／S 型ネットワークシステムのクライアント側の収益率に応じて投資の配分を決定する事等が考えられる。それ故，本理論の適用としては C／S 型ネットワークシステムの中でパイプライン全体の収益の最大化とシステム全体の資産(システム財)の入力設備への適切な配分問題に適用可能である。

さらに，本研究では，ある期間毎のシステム財の評価を行う事により，システム最適化条件を提案している。ここでは，システム財は，負になる事がないと言う前提に立っている。また，システム財の評価関数としてマルコフ性をもつジャンププロセスとして表現し，かつ前述の前提により上方向ジャンプのみを考慮して解析している。つまり，システム財は常に増大するという考え方が基本になっている。

また，制御対象としては，収益を考えている。この時，対象システムのモデル化手法としては，確率過程における計数過程[1],[4],[7]を用いている。さらに，最適制御問題に対して，計数過程を用いたモデル化とダイナミックプログラミングによる解析が報告されている[1]。一方，製造業における在庫管理の最適化問題として，計数過程を用いて最適解を求めたものがある[2]。しかし，ファイナンス理論[12],[13]の考え方を待ち行列系に適用した研究は，比較的数少ないといえる。ここでは，図．1より，N 個の設備から供給されるトランザクションを Stock(仕入れ品)と考え，これらは，バーチャルパイプラインを通じてシステムに蓄積される[8]~[11]。本研究でも，このバーチャルパイプラインに対して，“バーチャルキュー”[11]という新しい考え方を導入している。ここでは，バーチャルパイ

プライン上で発生するトランザクション消滅を，本システムでの損失(Loss Cost)と考える。さらに損失の中には，システムを維持するための損失も含める事にし，ある"期(Periodical Time)"単位でシステム評価を行っている。ここで"期"とは，ある時間的幅を持った期間を言う。収益は，システム財に比例する事になる。収益が伸びれば，得られた収益をシステム財に投資出来るからである。一方，このシステムが保有する任意の期におけるシステム財は，各入力設備に対して，ある配分率で投資される。この時，配分率は次期のシステム財が，最大となる様に決定される。本システムの評価関数は，システムにおけるある期のシステム財の最大化として表されている。さらにファイナンス理論のポートフォリオを活用する事によりシステム評価を行っている。

最後に，本研究では，消滅トランザクションを，システム上で出力構造を持つ独立した計数過程モデルとして定義している。

2. 対象システム及び解析モデルについて

<2•1> 対象システム及び最適条件について

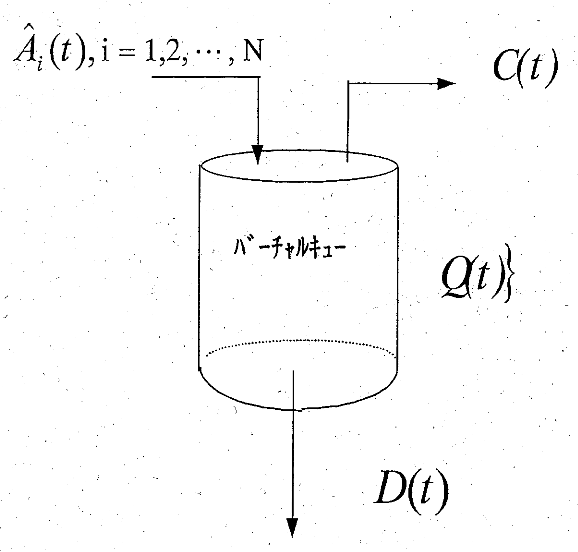

図 1. 各入力設備から出力までのトランザクション流通概念図

Fig.1 The concept of virtual queue from Inputs to Output

いま，図 1. は，トランザクション消滅のある待ち行列系で，バーチャルキューに容量制限があるシステムである。また，$D(t)$は，カスタマー要求に対するトランザクション供給である。ここで，N 個ある入力設備の中で，i 番目の設備に対して，そこから発信されるトランザクションの計数過程を$\left\{\hat{A}_i(t), t \geq 0\right\}$と表す。この時，システムに入力されるトランザクションは，システム内に蓄積される。この蓄積されたトランザクションを待ち行列と呼び，時刻$t(\geq 0)$におけるその個数を$Q(t)$とする。ここで個数$Q(t)$には，上限があるものとする。

いま，(1)式は，図 1. の計数過程モデル式である[11]。

$$Q(t)=Q(0)+\hat{A}(t)-(C(t)-D(t)) \qquad (1)$$

ここで，$\hat{A}(t), C(t), D(t), Q(t)$はポアソン過程とする。

また，$\hat{A}(t), C(t), D(t)$は，それぞれ独立した確率過程とする。さらに，$Q(0)$は初期値である。

この時，N 個の入力設備から入力されるトランザクションの点過程を

$$\{\hat{T}_q\}=\{\hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3, \cdots\cdots\} \in \hat{T} \qquad (2)$$

とすると，入力トランザクション$\hat{A}(t)$の計数過程は，次の様に表される。

$$\hat{A}(t)=\sum_{q \geq 1} \mathbf{1}_{\{\hat{T}_q \leq t\}}, \quad q=1,2,\cdots \qquad (3)$$

また，カスタマからの需要要求に対するシステム供給出力トランザクションの点過程を

$$\{T_r^*\}=\{T_1^*, T_2^*, T_3^*, \cdots\cdots\cdots\} \in T^* \qquad (4)$$

とすると，出力されるトランザクションの計数過程は，

$$D(t)=\sum_{r \geq 1} \mathbf{1}_{\{T_r^* \leq t\}}, \quad r=1,2,\cdots \qquad (5)$$

と表される。次に，消滅トランザクションの点過程を

$$\{C_r\}=\{C_1, C_2, C_3, \cdots\cdots\} \in C \qquad (6)$$

とすると，消滅トランザクションの計数過程は

$$C(t)=\sum_{r \geq 1} \mathbf{1}_{\{C_r \leq t\}}, \quad r=1,2,\cdots \qquad (7)$$

と表される。ここで，上記指示関数$\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$は，集合$\{\}$上で 1，それ以外では 0 の値をとる指示関数である。次に，収益について記述するにあたり，収益$P_i(t)$の存在する確率空間を定義する。

今，(Ω, F)は可測空間であり，I は，$[0,\infty)$として時

間区間を定義する。又，確率空間は$(Z_t, F_t, P)t \in I$と表され，P は(Ω, F)における確率測度，(F_t)は増大する$\sigma-$集合体の族であり，(Z_t)は(F_t)に適合するランダム変数の族である。

今，図1全体における任意のt期におけるシステム財を$W(t)$と表すと，各入力設備に対してt期に

$$k_i(t)W(t^-), {}^\forall \sum_{i=1}^{N} k_i(t) = 1 \quad (8)$$

の様に投資される。この時，$k_i(t), i=1,2,\cdots,N$を各入力設備に対する投資配分率と呼ぶ。

ここで，(1)式で定義した本システムの計数過程モデルと収益／システム財の関係について述べる。今，本システムにおけるシステム財$W(t)$は，次式の様に表される。

$$W(t) = a_1 D(t) - (a_2 \hat{A}(t) - a_3 C(t) - a_4 Q(t)) \quad (9)$$

但し，$a_1, \cdots, a_4 > 0$であり，各系の単位係数を表す。この時，$D(t) \geq 0, \hat{A}(t) \geq 0, C(t) \geq 0, Q(t) \geq 0$であり，$D(t)$は出荷高，$\hat{A}(t)$は入荷高，$C(t)$は損失高，$Q(t)$は在庫高を意味する。

次に，(1)式で表現される計数過程に対して，単位時間当たりに供給されるトランザクション数に応じた収益を$\{P_i(t^-)\}$，$i=1,2,\cdots,N$と表す。ここで，現在の過程$\{P_i(t)\}$は，直前の過程$\{P_i(t^-)\}$にのみ依存している。つまり，$P_i(t^-) = \lim_{s \uparrow t} P_i(s)$である。

また，tは，$t \in [0, \tau]$の間での連続した値をとる。さらに，τは，期末での時刻を表す。この時，任意の期全体での収益を$\{P_i(t)\}$とすると，任意の期全体での収益は，

$$\begin{aligned} P_i(t) &= P_i(t^-) + \eta_i(t) P_i(t^-) \\ &= P_i(t^-)\{1 + \eta_i(t)\}, {}^\forall \eta_i(t) \geq -1 \end{aligned} \quad (10)$$

と表現出来る。この時，$\eta_i(t)$は，$n(d\eta_i, t)$なる分布関数を持つランダム変数とする。さらに，制御変数を$\{p_i(t), t \geq 0\}$とすると，ジャンププロセスの確率過程$J_{p_i}^W(d\eta_i, dt)$は，以下の様に定義出来る。

$$\begin{aligned} &J_{p_i}^W(d\eta_i, dt) \\ &= \hat{n}(d\eta_i, t, \hat{k}_i(t), W(t^-)) p_i(t) dt \end{aligned} \quad (11)$$

ここで，$n(d\eta_i, s), p_i(s), \hat{k}_i(s)$に関して

$$\hat{n}(d\eta_i, s, \hat{k}_i(t)) = \hat{n}(d\eta_i, t, \hat{k}_i(t), W(t^-)) \quad (12)$$

$$p_i(t) = p_i(t, W(t^-)) \quad (13)$$

$$\hat{k}_i(t) = \hat{k}_i(t, W(t^-)) \quad (14)$$

と仮定する。但し，$\hat{n}(\bullet)$は，$(\bullet)$内の変数に対する分布関数である。

即ち，(12)〜(14)式によれば現在のシステム財$W(t)$は，過去の直前のシステム財$W(t^-)$にのみ依存する。それ故，(11)〜(14)式は，マルコフ過程に従う事を意味している。このように定義すると確率過程$\{W(t), J_{p_i}^W\}$はマルコフ過程となる事を意味している[4]。この時，上述の$\eta_i(t), W(t)$は$\eta_i(t) \in Z_t$であり，$W(t) \in F_t$である。

又，入力設備から供給されるトランザクションの収益率は

$$dP_i(t) / P_i(t^-) \quad (15)$$

と表せる。それ故，この様な収益の変化に対応して各入力設備における収益も変化する。これにより，システム財の変化分は

$$\begin{aligned} dW(t) &= \sum_{i=1}^{N} k_i(t) W(t^-) \frac{dP_i(t)}{P_i(t^-)} \\ &= \sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(t) W(t^-) dP_i(t) \end{aligned} \quad (16)$$

と表せる。ここで，$k_i(t)$は，(8)式で定義されている。また，$W(t^-)$はある期の直前の入力設備全体へのトランザクション数(システム財)である。$dP_i(t)$は，期における収益の変化分を表す。但し，$\hat{k}_i(t) = k_i(t)/P_i(t^-)$である。

ここで，N 個の収益レート$\{p_i(t), t \geq 0\}$，$i=1,2,\cdots,N$の拘束条件を次の様に決める。

$$0 \le p_i(t) \le \lambda_i(W(t)) \qquad (17)$$

ここで，$\{\lambda_i(W(t)); t \ge 0\}$は，非負の値であり，待ち行列容量の制限に伴う上限値である。この時，制御変数として$p_i(t)$を考えると，この制御変数のもとで次式を最大にする事が本システムの目的である。

$$E_x \int_0^\infty e^{-rt} dW(t) \qquad (18)$$

ここで，E_xは条件付期待値である。$r(>0)$はディスカウントファクターである。(17)式の拘束条件の下で，(18)式に(16)式を代入すると次式を得る。

$$E_x \int_0^\infty e^{-rt} \sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(t) W(t^-) dP_i(t) \qquad (19)$$

さらに，ファイナンス制御問題における評価関数は，次式のように定義出来る。**[付録参照]**

$$V^B(x) = E_x \int_0^\infty e^{-rt} \sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(t) W(t^-) \lambda_i^B(W(t)) dt \quad (20)$$

但し，(20)式は，制御変数である収益レート$\{p_i(t), t \ge 0\}$が，(17)式の拘束条件のもとで，最適上限値$\{\lambda_i^B(W(t))\}$をとる。これは，待ち行列$Q(t) \in [0, B]$における待ち行列上限値Bの存在を前提とすれば，システム全体の収益を最大にするには，収益の最適上限値を取れば良い事になる。

<2．2>切り替え制御とその評価関数について

いま，制御変数$\{p_i(t)\}$の拘束条件を$Q(t)$の拘束のもとで，非負の整数B(待ち行列数の最大値)に関して

$$p_i(t) = \begin{cases} \lambda_i(W(t)), & if\ W(t) \le B-1 \\ 0, & if\ W(t) > B \end{cases} \qquad (21)$$

の様に表す。(21)式の制御変数$\{p_i(t)\}$は，待ち行列の最適上限値Bにより決定される切り替え制御である。また切り替え制御$\{p_i(t), t \ge 0\}$は，(17)式より最適上限値として下記の値を取る。

$$p_i(t) = \lambda_i^B(W(t)) \qquad (22)$$

即ち，(21)式は，切り替え制御$\{p_i(t), t \ge 0\}$のもとで，収益は，待ち行列上限値Bを超過すると，そのレートは0になる。

[命題]

いま，評価関数$V^B(x)$は，切り替え制御のもとで次の差分方程式を満足する。

$$[\sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(x) W(x^-) \lambda_i^B(x) + r] V^B(x)$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(x) W(x^-) \lambda_i^B(x) [1 + V^B(x+1)] \qquad (23)$$

但し，$x = 0, 1, 2, \cdots$である。

[証明]

今，切り替え制御$\{p_i(t), t \ge 0\}$のもとで，(20)式の評価関数の期待値は，以下のようになる。

$T(y) = \inf\{t \ge 0, W(t) \ne W(0) | W(0) = x\}$は，$y \ne x$である最初の状態$y = W(t)$に到達する時刻である。この時$T(y)$は，レート$\{\sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(x) W(x^-) \lambda_i^B(x)\}$を持つ指数分布に従うものと仮定できる。この時，$T(y)$はマルコフストッピングタイムと呼ばれる。さらに，参考文献(6)より次式を得る。

$$V^B(x) = E_x \int_0^{T(y)} \sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(t) W(t^-) e^{-rt} \lambda_i^B(W(t)) dt$$
$$+ E_x[\sum_{i=1}^{N} \hat{k}_i(t) W(t^-) e^{-rT(y)} V(W(T(y)))] \qquad (24)$$

ここで，(24)式の第一項の期待値は

$$\sum_i^N \hat{k}_i(x) W(x^-) \cdot \lambda_i^B(x) \frac{1}{r} E(1 - e^{-rT(y)})$$
$$= \frac{\sum_i^N \hat{k}_i(x) W(x^-) \lambda_i^B(x)}{\sum_i^N \hat{k}_i(x) W(x^-) \lambda_i^B(x) + r} \qquad (25)$$

となり，(24)式第二項は上述$T(y)$の性質を利用する事により次式を得る。

$$\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(x)W(x^-)E(e^{-rT(y)})\cdot$$

$$E\{E_x[V^B(T(y))|W(T(y))]\} \qquad (26)$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(x)W(x^-)\lambda_i^B(x)}{\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(x)W(x^-)\lambda_i^B(x)+r}[V^B(x+1)]$$

(25)，(26)式を(24)式に右辺に代入すれば，(23)式が得られる。

［証明終わり］

＜2．3＞最適条件

いま，与えられた制御変数である収益レート $\{p_i(t), t\geq 0\}$ に関して，時刻 t に関する制御を考える。

この時，制御変数 $\{p_i(t), t\geq 0\}$ は，期の中では(21)式の様な切り替え制御となる。よって，評価関数は次式で与えられる[6]。

$$V_t^{p_i}(x)=E_x\int_0^t e^{-rs}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)ds \qquad (27)$$
$$+E_x[e^{-rt}V^B(W(t))]$$

ここで，$E_x[e^{-rt}V^B(W(t))]$ を求めるために次の積分を考える。

$$\int_0^t e^{-rs}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)dV^B(W(s))$$
$$=e^{-rt}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(t)W(t^-)V^B(W(t))-V^B(W(0)) \quad (28)$$
$$+r\int_0^t e^{-rs}V^B(W(s))ds$$

但し，$V^B(W(0))$ は積分初期値を意味する。

両辺に期待値を取ると，(28)式は次式になる。

$$E_x\int_0^t e^{-rs}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)dV^B(W(s))$$
$$=E_x[e^{-rt}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(t)W(t^-)V^B(W(t))]-V^B(x_0) \quad (29)$$
$$+E_x[r\int_0^t e^{-rs}V^B(W(s))ds]$$

但し，初期値 $x=W(0)$ とする。

ここで，(9)式においてシステム財 $W(t)$ の条件として $W(t)>0$ とおく事によりジャンププロセス $\{W(t), t\geq 0\}$ は，上方向だけのジャンプを考えれば良い。よって，次式を得る。

$$E_x\int_0^t e^{-rs}dV^B(W(s))$$
$$=E_x[\int_0^t e^{-rs}p_i(s)\Delta V^B(W(s)+1)]ds \qquad (30)$$

但し，$\Delta V^B(W(s)+1)=V^B(W(s)+1)-V^B(W(s))$ である。

(29)と(30)式により次式を得る。

$$E_x[e^{-rt}V^B(W(t)]$$
$$=V^B(x)+E_x[\int_0^t e^{-rs}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)$$
$$\times\Delta V^B(W(s)+1)ds]-E_x[\int_0^t re^{-rs}V^B(W(s))ds] \qquad (31)$$

ここで，(23)式より次式を得る。

$$rV^B(W(t))$$
$$=\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(t)W(t^-)\lambda_i^B(W(t))[1+V^B(W(t)+1)] \quad (32)$$
$$-\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(t)W(t^-)\lambda_i^B(W(t))V^B(W(t))$$

よって、期中の評価関数(27)式に(31)式を代入すれば次式を得る。

$$V_t^{p_i}(x)=V^B(x)+E_x\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)ds$$
$$+E_x\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)\Delta V^B(W(s)+1)ds$$
$$-E_x[\int_0^t re^{-rt}V^B(W(t))] \qquad (33)$$

(33)式右辺第四項に(32)式を代入すれば次式を得る。

$$V_t^{p_i}(x)=V^B(x)+E_x\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)ds$$
$$+E_x\int_0^t\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)p_i(s)\Delta V^B(W(s)+1)ds$$
$$-E_x[\int_0^t e^{-rs}\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)\lambda_i^B(W(s))$$
$$\times\{1+V^B(W(s)+1)$$
$$-\sum_{i=1}^{N}\hat{k}_i(s)W(s^-)\lambda_i^B(W(s))V^B(W(s)\}ds]$$

(34)

(34)式を整理すれば次式を得る。

$$V_t^{p_i}(x) = V^B(x) + E_x \int_0^t \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(s) W(s^-)$$

$$\times p_i(s)(1 + \Delta V^B(W(s)+1))ds$$

$$- E_x[\int_0^t e^{-rs} \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(s) W(s^-) \lambda_i^B(W(s))$$

$$\times \{1 + \Delta V^B(W(s)+1)\} ds] \tag{35}$$

$$V_t^{p_i}(x) = V^B(x) + E_x \int_0^t \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(s) W(s^-) \tag{36}$$

$$\times (p_i(s) - \lambda_i^B(W(s)))(1 + \Delta V^B(W(s)+1))ds$$

これより，$t \to \infty$において$V_t^{p_i}(x) \le V^B(x)$となる条件は，

$0 \le p_i(t) \le \lambda_i^B(W(t))$かつ$k_i(s) \ge 0$。即ち，(27)式の$t$期中の最適問題においては，この様な評価関数を最大にする制御変数は

$$0 \le p_i(t) \le \lambda_i^B(W(t)),\ {}^{\forall}k_i(t) \ge 0 \tag{37}$$

の形で求まる。

3. むすび

本研究は，ファイナンス理論におけるポートフォリオの考え方を活用することにより，(19)式の様な収益最大問題における最適解が存在する条件を求める事が出来た。この時，制御変数として収益率を選んだ事の意味は，システム維持・管理の評価として待ち行列系に対応するシステムにどれだけ収益をもたらすかが，企業にとって見れば最終的な評価に繋がるからである。さらに，最適問題を考慮する上で，本研究で取り扱っている様なシステムのパイプライン容量を拘束条件として認識しておけば良い事になる。また本研究の中で，もし最適な投資配分係数$k_i(t)$が存在するものとすれば(36)式において，

$k_i(t) < 0$である時は，(37)式のような最適解は存在しない事になるが，

$k_i(t)$の条件は，$\sum_{i=1}^N k_i(t) = 1$であるから$k_i(t) < 0$はこの条件を満足している。この事は，収益率の悪いかつ分散の大きな設備(ルート)が存在する場合，このような$k_i(t)$が選択される場合もある。しかし，この事は厳密には，ファイナンス理論における平均・分散モデルを活用しないと言及出来ない。それ故，少なくとも，本システムでは，$k_i(t) < 0$の場合にはその設備(ルート)に対しては入力をさせない事になる。ファイナンスには，投資配分率が「負」という値を取り得るが，本システムでは，投資配分率が「負」という値を取り得ない。この点が，ファイナンスと待ち行列系との違いである。

それ故，このような設備ルート(投資配分率が負と計算される様な設備)は，収益を大きく$\{p_i(t) > \lambda_i^B(W(t))\}$し，かつその分散を小さくする事がなければ，システム財全体の最大化の要素から外される事になる。

(平成11年05月24日受付，平成11年11月08日再受付)

[付録]

$$E_x \int_0^\infty e^{-rt} \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(t) W(t^-) dP_i(t) \tag{A}$$

に対して，収益率$\{P_i(t)\}$のレートを$\{p_i(t)\}$と表すと

e^{-rt}の様な右連続な関数に対して

$$E_x \int_0^\infty e^{-rt} \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(t) W(t^-) dP_i(t)$$

$$= E_x \int_0^\infty e^{-rt} \sum_{i=1}^N \hat{k}_i(t) W(t^-) \lambda_i^B(W(t)) dt \tag{B}$$

が定義できる[13]。

それ故，(B)式を用いれば(20)式が得られる。

文　献

(1) Bremaud P : "Point Process and Queues Martingale Dynamics"pp83-121,Springer-Verlag New York Inc.(1981)。

(2) LODE LI : "A Stochastic Theory of The Firm" Mathematics of operations research,Vol13, No3, August 1988。

(3) 箕輪弘之：「トークンリング型ネットワークのジャンプタイプ確率微分方程式を用いたモデル化」電子情報通信学会論文誌, B-1, Vol.J78-B-1, No.7 pp272-PP278, 1995年7月

(4) 宮沢政清：「確率と確率課程」p90，近代科学者(1993)

(5) A.SEGALL and T.KAILATH "The Modeling of Randomly B. Modulated Jump Process",IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-21, NO.2, pp.135-143, MARCH 1975

(6) HONG CHEN and DAVID D. YAO "Optimal Inte

nsity Control of a Queueing System with State-Dependent Capacity Limit", IEEE Transactions Automatic control,vol.35,NO.4,pp459- pp464,APRIL,1990
(7)川島幸之助・町原文明・高橋敬隆・斎藤 洋：「通信トラフィック理論の基礎とマルチメディア通信網」p97，電子情報通信学会，1995年11月
(8)白井・天野・井上：「衝突を考慮したC／S型ネットワークのジャンプ型確率微分方程式を用いたモデル化」９６年１１月電気関係学会関西支部連合大会
(9)白井・天野・井上：「フレーム衝突を含む一般化C／S型ネットワークのモデル化および定常分布」９７年３月，信学春季全大
(10) 白井・天野・井上：「C／S型ネットワークシステム最適評価関数について」1997年9月，信学秋季全大
(11) 白井・天野・井上：「トランザクション消滅のあるシステムの定常解析」1998年 10月，電気学会論文誌 Vol.118-C。
(12) 森村英典・木島正明：「ファイナンスのための確率過程」pp117～pp140，日科技連，1995年4月
(13)沢木勝茂：「ファイナンス数理」pp87～pp143，朝倉書店，1994年12月
(14)砂原善文：「確率システム理論」pp72～pp79，(社)電子情報通信学会，1994年3月

白井 健二 (正員)

1949年8月31日生。昭50年立命館大学大学院修士課程了。確率モデルおよび最適制御に関する研究に従事。現在，(株)情報工房代表取締役社長。計測自動制御学会，電子情報通信学会，日本航空宇宙学会各会員。

天野 佳則 (非会員)

1949年1月24日生。昭52年立命館大学大学院博士課程了。分布定数系の最適制御に関する研究に従事。現在，(株)京南エレクス専務取締役。計測自動制御学会会員。工学博士。

井上 和夫 (正員)

1935年9月15日生。昭41年大阪大学大学院博士課程了。適応制御，ヒューマンインターフェースに関する研究に従事。現在，立命館大学理工学部情報学科教授。システム制御情報学会，電子情報通信学会，IEEE各会員。工学博士。