

「組み合わせ問題」に適用する遺伝的アルゴリズム

— 交叉不使用の意味するもの —

Applying Genetic Algorithms to "Combination Problem".
— *Meaning of unused operator, "Crossover"* —

樋口 光明*

概要

筆者は遺伝的アルゴリズム（以下GAと略す）による問題解決法として、主にスケジュール問題や組合せ問題に対象を絞って研究を行ってきた。しかし、そのどちらの問題も、ほとんどの研究対象が重複選択を許さないという大きな性質を持っている。そのため、個体表現型は順序表現にせざるをえない。これで「交叉」を行うと、前の世代の良い遺伝子が原形を留めなくなるので、「交叉」が優秀な個体を生み出すという考えに疑問を感じた。そこで遺伝子操作を「突然変異」だけに限って研究を行い、それなりの成果が上がってきた¹⁾²⁾。しかし、「交叉」はGAの本質に係わる問題だから、それをしないのはおかしいとの疑問が他の研究者から出された³⁾。そこで、組み合わせ問題を例にとり、「交叉」を行うのと行わないの間に、どれくらいの違いがあるのかを調べ、併せて組み合わせ問題に対してGAの適合性についても考察した。適用分野として、「新潟県の衆議院議員選挙（小選挙区）の選挙区間人口格差最小」を選んだ。

1. はじめに

GAを用いた、組み合わせ問題適用の試みは興味ある研究分野である。以前、「ペナルティ一格差」という新しい概念を導入することによって、新潟県の衆議院議員選挙（選挙区）の区割りを試み、現行区割りよりは人口格差が少なく、しかも14の広域市町村圏があまり分割されないような結果を得た¹⁾。しかし、この研究では「交叉」を使わなかったため、変則GAと称したが、一部の研究者より、「交叉」はGAの本質にかかわるものだから使わないことは

*HIGUCHI, Mitsuaki [情報システム学科]

疑問だという意見が出された³⁾。そこで、「交叉」を使って同じケースを実施してみて、顕著な効果があるのかどうかを検証し、併せて組み合わせ問題における「交叉」の意味を追及し、一部で聞かれる「スケジューリング問題にGAは向いてないのではないか⁴⁾」という問題にも触れる。

2. 遺伝的アルゴリズムとは

遺伝的アルゴリズムとは、色々な計画立案に対する生成検査法の一つである。どのように計画を作成すればいいか、その手順（アルゴリズム）がよく分からないが、でき上がった計画を評価する手段は持っているという事例に適用するとうまくいく時がある。

やりかたは、最初に何らかの方法で沢山の案を作ってみる。この研究の場合は、乱数を発生させることによって作った。

一つ一つの案を『個体』と言う。（染色体ともいう）。そして、案の中味一つ一つ（「どの様な順序で計画を遂行するか」における計画順序、「どの様な組合せで案をつくるか」における組合せ方など）を『遺伝子』と言う。遺伝子はその並びが重要な意味を持つので、特に何番目の遺伝子を問題にすると、そこを『遺伝子座』という。全く問題にならない個体（計画案）は、発生の過程で存在を消す。これを『致死遺伝子』と呼ぶ。

次に、各個体が目的に添ったものかどうかを評価する。評価結果を『適応度』と言う。適応度の高いものは次の計画の時、なるべく多く発生するように、そうでないものはあまり発生させないように細工をして、次の『世代』を作成する。これを『選択』と言う。

このままでは、新世代は前の世代のコピーにすぎないのでここで二つの操作をする。

一つは、二つの個体の中の遺伝子列を途中で入れ替えて見るのである。そうすると、前の世代にはなかった新しい個体が発生する。この中には、前の世代より適応度の高いものが発生する可能性がある。この操作を『交叉』と言う。

あと一つは個体の中の一部の遺伝子を全く違うものに入れ替えて見る。以前にはなかった個体が出来る可能性が多いことは交叉と同じである。この操作を『突然変異』と呼ぶ。

新しい個体群（これを『世代』と言う。）についても、選択・交叉・突然変異を繰り返す。幾世代か後に、満足のいく案（個体）が発生することがある。

このような操作がまるで生物界の出来事みたいであるので、遺伝的アルゴリズムと名付け

られた⁵⁾。

3. システムの概要

3-1 区割りの仕組み

新潟県の衆議院議員定数は6名である。これを20市57町35村、1,939,072名（平成8年10月7日）の選挙人名簿登録者（以下選挙人と略す）で分割する。ただし区割り原則があり、選挙区間の格差は2:1未満、市町村の区域は分割しない、地勢・交通・歴史的沿革など自然的・社会的条件を総合的に考慮する、となっている。

（図1）に新潟県の市町村及び広域市町村圏の境界を示す⁶⁾。また市町村毎の選挙人数は（表1）にある⁷⁾。この研究は1998年3月の紀要論文¹⁾（以下文献1と略す）との比較になるので、選挙人数は平成8年のままとしている。

実際は、1区の379,647名と、5区の279,721名との間には1:1.36の格差がある。

また、1区の新潟市は分割不可能であるから、これを除いた残り5区の中での格差を見ると、2区の339,888名と5区の格差は1:1.22である。

3-2 システムの前提条件

実際にシステムを作るためにいくつかの条件を考慮した。これは文献1とほぼ同じだが、再録する。

新潟の場合、県内を14の広域市町村圏に分割している。これが前記の自然的・社会的条件に合致していると判断して、実際の郡の括りは無視した。

区割りに関しては、飛び地を作らないように配慮した。但し、佐渡は船の連絡がある寺泊町及び上越市と隣接していると仮定した。

新潟市は1市だけで選挙人合計の6分の1を超えているので、ここだけで1区を独立させた。

岩船地域広域市町村圏（以下岩船圏と記す、他も同じ）は、最北部にあり、新発田圏とのみ隣接していて、且つ両圏を合わせても1区の平均選挙人にはるかに及ばないので、合わせて1市町村扱いとした。また、新井圏・糸魚川圏は共に上越圏を通してしか他圏と接していない上、やはり3圏の選挙人数が1区の平均よりかなり少ないので、合わせて1市町村として扱った。また、佐渡圏は、地理的にも選挙人数でも分割するのは適当でないと判断し、やはりここだ

けで1市町村と同じ扱いにした。

こうした操作の結果、112ある市町村を69にした。この数が遺伝子の長さとなる。

3-3 システムのアルゴリズム

3-3-1 初期個体の生成

岩船・新発田圏をまず1区に割り付ける。実際は県庁所在地が1区だが、ここでは単に記号として言う。以下、予め北から順に割り付けられた市町村番号を乱数で選び、この市町村が1区に隣接しているかどうかチェックする。隣接してなければ次の乱数を発生させて同じ操作を繰り返す。何度繰り返しても隣接した市町村が発見出来なければ、ここで1区の区割りを終わる。また、隣接した市町村があった場合は、そこの人口を加え、一つの区の平均（以下区平均選挙人と呼ぶ）を超えているかどうかをチェックする。超えた場合、最後の市町村を1区に加えるかどうかを人口の超過具合で判断し、そこで1区の区割りを終了する。

以下同じ手順を5区まで繰り返す。

一つ一つの市町村が一つの遺伝子を表す。従って遺伝子長は69である。

5区まで終わった時点で、69市町村全てがどこかの区に編入されているかをチェックし、どこにも属さない市町村があったら、「致死遺伝子」として、この個体はなかったことにして、始めからやり直す。

これを個体数だけ繰り返す。

3-3-2 適応度の計算

前節で発生した各個体がどれくらい目的に合致したものであるかを評価して、次世代に生き残る確率を決めるためのステップである。

遺伝的アルゴリズムでは、ここを変えることで、価値観の違うどのような計画案（個体）も発生しやすく出来る。

この研究では、5選挙区の分散が最小になるものを適応度最高とした。

3-3-3 次世代の発生

前節で計算した適応度に応じて、いい個体を沢山、悪い個体は少しの割合で、新世代を作る。悪い個体も残すのは、それが次世代の交叉や突然変異で良くなる可能性もあるからであ

る。

3-3-4 交叉と突然変異

前節のままだと、前の世代の個体が割合を変えて現われただけで、何ら新しい個体が発生したわけではない。そこで交叉と突然変異という操作を遺伝子に加える。

交叉とは、2つの個体を、遺伝子列の途中で入れ替えてみることである。こうすることによって新しい個体が発生する可能性を持っている。実際、生産計画などではドラスティックな生産順序の変更が思わぬ名案になることも多い。交叉によって、一度出現した製品を再び製造しないように、遺伝子を『順序表現』にするなどという、その面での工夫はされている。

ただし、文献1の場合、市町村が隣接するという条件が厳しく、交叉によって致死遺伝子となるケースが圧倒的なので、交叉は行わなかった。遺伝的アルゴリズムの本質とも言える交叉を採用しなかったのが、「変則遺伝的アルゴリズム」と称した理由である。

このことに関して一部に、交叉はGAの基本的機能なので、それを使わないのは疑問であるとの意見がなされたので、本研究では交叉を行い、交叉をしなかった場合と比較をした。

突然変異のやりかたは、乱数で決めた特定個体に対し、やはり乱数で特定番目の遺伝子を選び、その遺伝子を乱数により変えるだけである。これにより、途中までうまくいった案がさらにブレイクして一段と良い案に近づくことも期待できる。ただ、交叉と同じで、これにより、致死遺伝子になる確率もかなり高いので、文献1では、それに続く遺伝子も組み替えて、生存可能とした。

今回は、交叉に対してそのようなやり方は不可能なので、レベルをあわせるため、順序表現により、市町村の重複選択はしないようにしたが、後は、成り行きにまかせた。

交叉のやりかたは、乱数で決めた特定個体に対し、その次の個体を交叉相手と定める。個体の発生そのものが乱数によりなされているので、この様な選び方でも、問題はない。そして、やはり乱数で特定番目の遺伝子を選び、それ以降の遺伝子をそっくり入れ替えて新しい個体とする。

3-3-5 世代交代

このようにして一つの世代が完成すると、3-3-2の節から繰り返しを行う。これを何世代も繰り返し実行し、この中の適応度最大の個体を「結果」として選択する。

4. システムの実行

各区の間の選挙人数格差が最小になるように、他のどのような条件もつけずに実行した。これは地理的条件を考慮せず、ただ、選挙人のバランスだけで案の優劣を評価することを意味する。つまり、区平均選挙人からの隔たりの自乗の和（つまり分散）が最小になるものを良い案とし、適応度は分散最大の個体をゼロとして、それとの差とした。また、致死遺伝子も当然適応度ゼロとした。これにより、最不適個体の次世代への発生率はゼロとなる。

また、実験は以下のステップに別け、乱数の初期値を変えて5回試みた。結果は（表2）に示す。ここでは、分かりやすいように、分散ではなく標準偏差を示した。

4-1 ステップ1（文献1の再試）

今回は文献1のケースについて、個体数100、10世代、突然変異率70分の1、交叉率0%として実験を行った。突然変異率70分の1とは、69遺伝子の1個体に1回くらい突然変異のチャンスを期待したもので、これで交叉のない分をカバーしようとしたものである。

なお、突然変異をした遺伝子座の後については、改めて生存可能な遺伝子を乱数により配するという操作をほどこした。

結果は（表1）、（表2）、（表3）に示す。以下全ての標記において、区の番号はアルゴリズム上の区とは別に、出来るだけ現行の区称と同じようにした。つまり、新潟市を1区、柏崎市を含む地域を2区、岩船圏等北部をを3区、三条市又は新津市を含む地域を4区、長岡市を含む地域を5区、上越圏等を6区とした。

乱数の初期値を変えて5回試み、5区間の分散が最小になる案（乱数の初期値が100の案（表1））をステップ1の結果とした。

全体の格差は1:1.22、新潟市を除いた格差は1:1.004になった。これは、選挙人数の格差で見れば、全く文句の無い区分けになっている。しかし、別の見方をすれば、三条・燕圏が4つの選挙区に分割されていたり、寺泊町が佐渡と隣接しているということで、飛び地になっているなど、問題も含まれているが論文の主旨から外れるので触れないことにする。

なお、この実験を行ったプログラムは <http://www.nuis.ac.jp/hig/gal.html> にある。

4-2 ステップ2（突然変異のみの操作）

突然変異のみを行った。変異確率は70分の1、突然変異は順序表現による当該遺伝子座のみ

として、後は順序表現はそのままとした。これにより、狭義の致死遺伝子は発生しなくなる。つまり、全市町村が並びの中に出てくる。しかし、飛び地は避けることにした。それを広義の致死遺伝子とするので、かなりの確率でそれが発生することが予測された。そのため広義の致死遺伝子については、生存可能遺伝子が発生するまで再トライをした。乱数により、前と同じ遺伝子が発生すれば、必ず生存可能になり、すくなくとも1個は生存可能遺伝子の存在が保証されているからである。

これも、乱数の初期値を変えて5回試みた。これは偶然にも、初期値が37と99の試行で同じ標準偏差値の最良の結果がでた。これをステップ2の結果とした。(表2)

このステップでは、県全体の選挙人格差は1:1.123、新潟市を除いた格差は1:1.1014であり、これも、区の分割を、選挙人の格差だけで分割するならば、文句のない分割である。

なお、この実験及び次のステップの実験を行ったプログラムは<http://www.nuis.ac.jp/hig/ga2.html>にある。

4-3 ステップ3 (突然変異と交叉の操作)

突然変異と交叉を行った。突然変異は前項と同じである。

交叉のやりかたは、遺伝子の表現をGタイプ(一つ一つが市町村をあらわす)からPタイプ(順序表現)にして、乱数により交叉する遺伝子座を決定し、交叉後Gタイプに戻す。これにより、狭義の致死遺伝子は発生しないが、広義の致死遺伝子が発生する可能性は多い。

これが発生した場合、交叉する遺伝子座そのものの位置をさらに変えて、同じ操作を繰り返した。これも、生存可能遺伝子が発生するまで繰り返した。交叉する遺伝子座の位置が1または68の時、前と同じ遺伝子が発生することになり、少なくとも一つは生存可能遺伝子の存在が保証されているからである。

交叉確率は100%とした。この意味は、必ず隣り合った個体2個が交叉をするということである。ただ、前述のように結果として交叉しなかったと同じ遺伝子になる確率がかなり高いと判断したからである。

これも、乱数の初期値を変えて5回試みた。これは偶然にも、初期値が37と99の試行で同じ標準偏差値の最良の結果がでた。これをステップ3の結果とした。(表2)

他にも乱数初期値が99のとき、ステップ2と同じ結果になっているが、これは、初期個体の最良値ががそのままその試行の最良値となっていると考えられる。これについては次項で触

れる。

このステップでも、県全体の選挙人格差は1:1.123、新潟市を除いた格差は1:1.1014であり、これも、区の分割を、選挙人の格差だけで分割するならば、文句のない分割である。

なお、重複を許さない遺伝子の交叉には、順序交叉以外にも、交叉する遺伝子座以降の部分集合が一致したときのみ交叉を許すサブツア-交叉があるが、今回は時間の都合で実験を行えなかった。

5. 実験結果の意味

3ステップ、5試行計15個のデータを見る限り有意差がないことが分かる。

このようにして、GAが、遺伝子操作の2輪である交叉と突然変異の両方を使わなくても、決して悪くない結果を得られることは分かった。しかし、果たしてこの問題そのものがGAの適用対象としてふさわしかったのか、という疑問に答えているとはいえない。

なぜなら、初期個体の生成において、生存可能遺伝子を見つけるまで何度も後戻りして探索する作業において、主要な解のいくつかは既に発見されている状態だから、その後の最適手法は別のものであっても良い結果を得られる可能性はある。

特にステップ2と3において、3試行で同じ結果が出たということは、初期個体の最良値がそのまま、各試行の最良値になっている可能性が強い。つまり、突然変異と交叉が機能しなかったことを意味する。これは、GA手法の否定を意味する重大な問題を含んでいる。これについては考察する時間がなかったので、証明は出来なかったが、次の課題だろう。しかし、一応満足のいく解が得られたのであるから、直ちにこの手法の否定にはならないだろう。

6. 今後の展開

「組み合わせ問題」解決のための遺伝的アルゴリズムにおいて、交叉は使わなくても、使った時より悪い結果になるとは限らないことは確認された。ただ、副産物として、このアプリケーションがGAに向かないのではないかという疑問が生まれた。これについてはいずれははっきりさせるべき課題である。

また別の場所で発表したスケジューリング問題についても⁸⁾、同じ指摘があった。この問題

についてもきちんと整理する必要がある。今後はやはり交叉を使わなかったスケジューリング問題について、実験を続けて結論を得たい。

参考文献

- 1) 樋口光明：「変則遺伝的アルゴリズムによる新潟県の衆議院議員選挙（小選挙区）の選挙区分割についての試案」新潟国際情報大学情報文化学部紀要 第1号 pp217-231
- 2) 樋口光明、永田守男：「遺伝的アルゴリズムのフライトスケジューリング問題への適用」電子情報通信学会技術報告 vol.95, No.572, pp9-14, 1996
- 3) 査読意見書（非公刊）
- 4) 村田忠彦、鄭大偉、玄光男：「適応的GAのスケジューリング問題への適用」電子情報通信学会技術報告 vol.99, No.96, pp25-30, 1999
- 5) L. デービス編：「遺伝アルゴリズムハンドブック」森北出版1994
- 6) 新潟日報社：「新潟県年鑑」1997年、pp24-25
- 7) 新潟県企画調査部他：「新潟県統計データハンドブック」平成8年、pp87, pp120-127
- 8) M. Higuchi, M. Nagata：「An Application of the Genetic Algorithm to Scheduling Problems Using the Concept of Differential Penalty」Second Joint Conference on Knowledge-Based Software Engineering, pp202-205, 1996

◎広域市町村圏区分

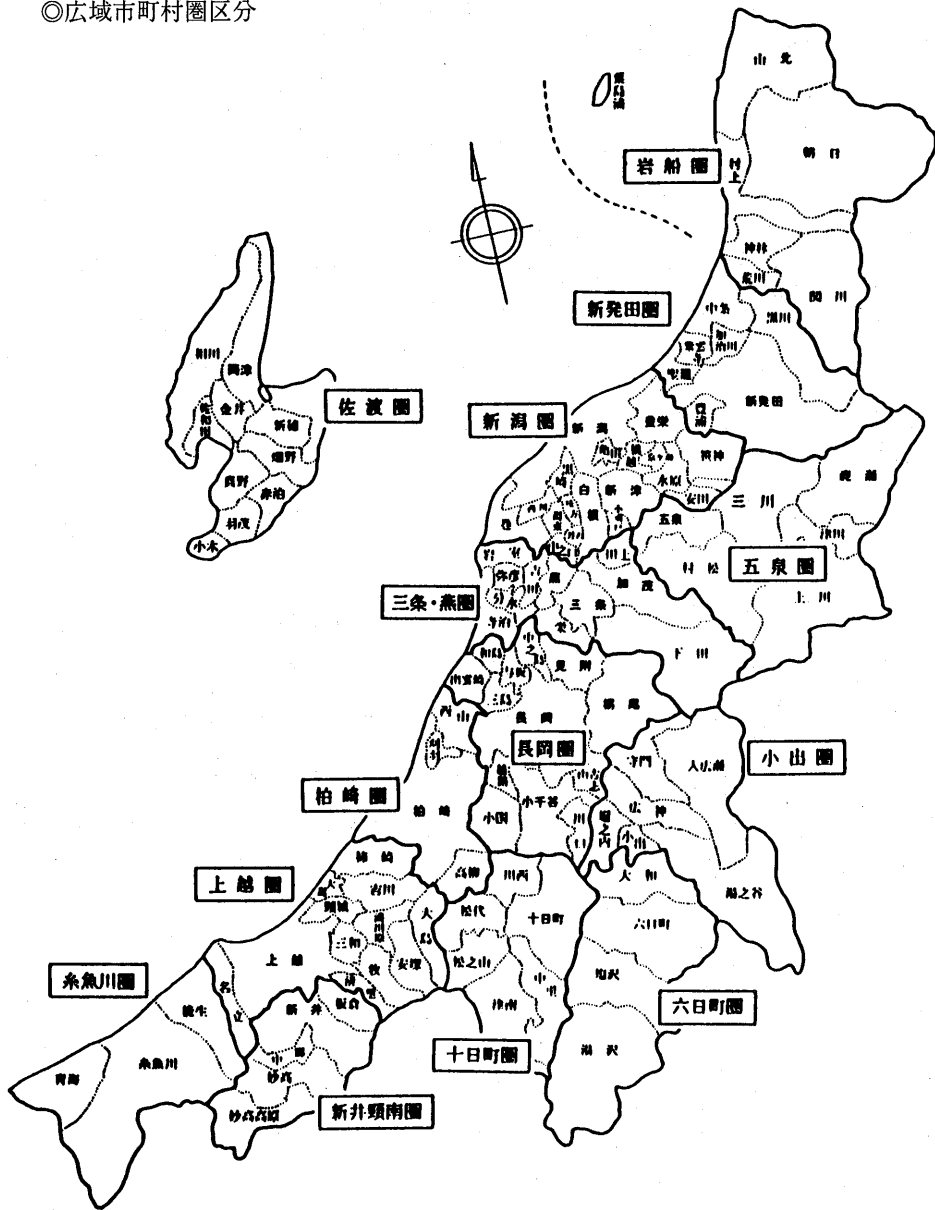


図1 広域市町村圏

表1 市町村別選挙人数と選挙区

| 広域市町村圏 | 郡 | 市町村 | 選挙人数 | 現行選挙区 | ケース1選挙区 | ケース2選挙区 | ケース3選挙区 |
|--------|------|------|--------|-------|---------|---------|---------|
| 岩船圏 | | 村上市 | 25191 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 関川村 | 6309 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 荒川町 | 9164 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 神林村 | 8842 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 朝日村 | 10249 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 山北町 | 7119 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩船圏 | 岩船郡 | 粟島浦村 | 361 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | | 合計 | 67235 | | | | |
| 新発田圏 | | 新発田市 | 62780 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 豊浦町 | 7997 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 聖籠町 | 10013 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 加治川村 | 5840 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 紫雲寺町 | 6296 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 中条町 | 22103 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新発田圏 | 北蒲原郡 | 黒川村 | 4832 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | | 合計 | 119861 | | | | |
| 新潟圏 | | 新潟市 | 379647 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 新潟圏 | | 新津市 | 52397 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | | 白根市 | 29581 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 新潟圏 | | 豊栄市 | 36703 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 北蒲原郡 | 安田町 | 8107 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | 北蒲原郡 | 京ヶ瀬村 | 6092 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 北蒲原郡 | 水原町 | 15906 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 北蒲原郡 | 笹神村 | 7716 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 中蒲原郡 | 小須戸町 | 8371 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | 中蒲原郡 | 横越町 | 7801 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 中蒲原郡 | 亀田町 | 24787 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 巻町 | 23505 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 西川町 | 9435 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 黒埼町 | 18768 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 味方村 | 3710 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 潟東村 | 4892 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 月潟村 | 3006 | 2 | 3 | 4 | 4 |
| 新潟圏 | 西蒲原郡 | 中之口村 | 5143 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| | | 合計 | 645567 | | | | |
| 五泉圏 | | 五泉市 | 30733 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 五泉圏 | 中蒲原郡 | 村松町 | 16719 | 3 | 4 | 3 | 3 |
| 五泉圏 | 東蒲原郡 | 津川町 | 4684 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 五泉圏 | 東蒲原郡 | 鹿瀬町 | 2777 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 五泉圏 | 東蒲原郡 | 上川村 | 3060 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 五泉圏 | 東蒲原郡 | 三川村 | 3689 | 3 | 4 | 3 | 3 |
| | | 合計 | 61662 | | | | |
| 三条・燕圏 | | 三条市 | 67025 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | | 加茂市 | 26916 | 4 | 3 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | | 燕市 | 34502 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | 西蒲原郡 | 岩室村 | 7841 | 2 | 4 | 5 | 5 |
| 三条・燕圏 | 西蒲原郡 | 弥彦村 | 6567 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 三条・燕圏 | 西蒲原郡 | 分水町 | 12431 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 三条・燕圏 | 西蒲原郡 | 吉田町 | 19181 | 2 | 4 | 5 | 5 |

| | | | | | | | |
|-------|------|------|--------|---|---|---|---|
| 三条・燕圏 | 南蒲原郡 | 田上町 | 10570 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | 南蒲原郡 | 下田村 | 9373 | 4 | 3 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | 南蒲原郡 | 栄町 | 9092 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| 三条・燕圏 | 三島郡 | 寺泊町 | 9965 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| | | 合計 | 213463 | | | | |
| 長岡圏 | | 長岡市 | 146534 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | | 小千谷市 | 33498 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 長岡圏 | | 見附市 | 34314 | 4 | 5 | 4 | 4 |
| 長岡圏 | | 栃尾市 | 21145 | 4 | 2 | 2 | 2 |
| 長岡圏 | 南蒲原郡 | 中之島町 | 9756 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | 三島郡 | 越路町 | 11181 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 長岡圏 | 三島郡 | 三島町 | 5613 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | 三島郡 | 与板町 | 6047 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | 三島郡 | 和島村 | 4157 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | 三島郡 | 出雲崎町 | 5081 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 長岡圏 | 古志郡 | 山古志村 | 2165 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 長岡圏 | 北魚沼郡 | 川口町 | 4753 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 長岡圏 | 刈羽郡 | 小国町 | 6397 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | | 合計 | 290641 | | | | |
| 柏崎圏 | | 柏崎市 | 69136 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 柏崎圏 | 刈羽郡 | 高柳町 | 2341 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 柏崎圏 | 刈羽郡 | 刈羽村 | 4266 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 柏崎圏 | 刈羽郡 | 西山町 | 6010 | 2 | 5 | 2 | 2 |
| | | 合計 | 81753 | | | | |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 堀之内町 | 7634 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 小出町 | 9773 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 湯之谷村 | 5026 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 広神村 | 7230 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 守門村 | 4313 | 5 | 2 | 4 | 4 |
| 小出圏 | 北魚沼郡 | 入広瀬村 | 1835 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| | | 合計 | 35811 | | | | |
| 六日町圏 | 南魚沼郡 | 湯沢町 | 7275 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 六日町圏 | 南魚沼郡 | 塩沢町 | 16286 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 六日町圏 | 南魚沼郡 | 六日町 | 21948 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| 六日町圏 | 南魚沼郡 | 大和町 | 11451 | 5 | 2 | 2 | 2 |
| | | 合計 | 56960 | | | | |
| 十日町圏 | | 十日町市 | 35200 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 十日町圏 | 中魚沼郡 | 川西町 | 6746 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 十日町圏 | 中魚沼郡 | 津南町 | 10256 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 十日町圏 | 中魚沼郡 | 中里村 | 5158 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 十日町圏 | 東頸城郡 | 松代町 | 3914 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| 十日町圏 | 東頸城郡 | 松之山町 | 2878 | 6 | 2 | 2 | 2 |
| | | 合計 | 64152 | | | | |
| 上越圏 | | 上越市 | 101974 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 東頸城郡 | 安塚町 | 3411 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 東頸城郡 | 浦川原村 | 3479 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 東頸城郡 | 大島村 | 2263 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 東頸城郡 | 牧村 | 2753 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 中頸城郡 | 柿崎町 | 9931 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 中頸城郡 | 大潟町 | 8266 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 中頸城郡 | 頸城村 | 6928 | 6 | 6 | 6 | 6 |

| | | | | | | | |
|-------|-------------|-------|---------|---|---|---|---|
| 上越圏 | 中頸城郡 | 吉川町 | 4704 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 中頸城郡 | 清里村 | 2531 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 中頸城郡 | 三和村 | 5011 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 上越圏 | 西頸城郡 | 名立町 | 2928 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 合計 | | | 154179 | | | | |
| 新井頸南圏 | | 新井市 | 22188 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 新井頸南圏 | 中頸城郡 | 妙高高原町 | 5678 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 新井頸南圏 | 中頸城郡 | 中郷村 | 4317 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 新井頸南圏 | 中頸城郡 | 妙高村 | 4262 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 新井頸南圏 | 中頸城郡 | 板倉町 | 6318 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 合計 | | | 42763 | | | | |
| 糸魚川圏 | | 糸魚川市 | 26532 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 糸魚川圏 | 西頸城郡 | 能生町 | 9214 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 糸魚川圏 | 西頸城郡 | 青海町 | 8566 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 合計 | | | 44312 | | | | |
| 佐渡圏 | | 両津市 | 15086 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 相川町 | 8453 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 佐和田町 | 7863 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 金井町 | 5702 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 新穂村 | 3933 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 畑野町 | 4624 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 真野町 | 5134 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 小木町 | 3338 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 羽茂町 | 3842 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 佐渡圏 | 佐渡郡 | 赤泊村 | 2738 | 2 | 6 | 6 | 6 |
| 合計 | | | 60713 | | | | |
| 14広域圏 | 20市、57町、35村 | | 1939072 | | | | |

表2 実験結果

| 実験結果 乱数初期値 | ステップ1 標準偏差 | ステップ2 標準偏差 | ステップ3 標準偏差 |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 37 | 5916 | 3777 | 3777 |
| 43 | 3260 | 5892 | 5892 |
| 99 | 5089 | 3777 | 3777 |
| 100 | 903 | 6610 | 5833 |
| 1999 | 5838 | 5892 | 6610 |

表3 各実験ステップ比較

| | 現在の区割り | | | ステップ1 | | | ステップ2 | | | ステップ3 | | |
|-----|-------------|---------|------|---------|---------|------|---------|---------|------|---------|---------|------|
| | 最大都市 | 選挙人数 | 市町村数 | 最大都市 | 選挙人数 | 市町村数 | 最大都市 | 選挙人数 | 市町村数 | 最大都市 | 選挙人数 | 市町村数 |
| 1区 | 新潟市 | 379647 | 1 | 新潟市 | 379647 | 1 | 新潟市 | 379647 | 1 | 新潟市 | 379647 | 1 |
| 2区 | 柏崎市 | 339888 | 33 | 柏崎市 | 311832 | 25 | 柏崎市 | 313970 | 25 | 柏崎市 | 313970 | 25 |
| 3区 | 新発田市 | 323282 | 25 | 新発田市 | 309046 | 25 | 新発田市 | 310381 | 24 | 新発田市 | 310381 | 24 |
| 4区 | 三条市 | 311128 | 13 | 新津市 | 310102 | 18 | 三条市 | 309640 | 16 | 三条市 | 309640 | 16 |
| 5区 | 長岡市 | 279721 | 14 | 長岡市 | 310138 | 12 | 長岡市 | 311932 | 15 | 長岡市 | 311932 | 15 |
| 6区 | 上越市 | 305406 | 26 | 上越市 | 318307 | 31 | 上越市 | 313502 | 31 | 上越市 | 313502 | 31 |
| | 合計 | 1939072 | 112 | 合計 | 1939072 | 112 | 合計 | 1939072 | 112 | 合計 | 1939072 | 112 |
| 全 県 | 区間格差 1:1.36 | | | 1:1.22 | | | 1:1.23 | | | 1:1.23 | | |
| 除1区 | 区間格差 1:1.22 | | | 1:1.004 | | | 1:1.014 | | | 1:1.014 | | |