

力学系エントロピーを活用した 広域情報系内サーバ系安定評価

*Evaluation for congestion of server systems
in global network based on dynamical entropy in Physics*

白井 健二*1 ・ 天野 佳則*2

要旨

本論文は、広域情報系におけるサーバ系輻輳評価方法として、物理学における力学系エントロピーを活用することを提案している。エントロピーに関して、広域系に存在するサーバ間に流通するパケット密度の勾配をもとに情報フロー密度を定義している。本論文では、サーバ内キューイング受信バッファに蓄積されるパケットのキューイング挙動に着目し、伝送路上を流通する情報フロー密度の確率的挙動が、対数正規型確率微分方程式で規定されることを前提としている。力学的エントロピーを活用することにより、情報フロー密度の数理的モデリングをベースにしたサーバ系の輻輳傾向を評価することを提案する。広域情報系において、あるノード（サーバ等）が不安定状態である時、不安定状態のノードを避けて別の経路を選択して通信の効率化を図る応用が考えられる。広域情報系が、大規模になればなるほどノードのボトルネックを事前に認識できることが重要である。

1 まえがき

近年、ネットワークインフラの著しい整備により、益々高速通信が、ネットワークインフラに関しては可能になりつつある。広域情報系を構成するノード、特にサーバ系の安定状態を評価することは、効率よいデータ通信を維持する上で必要不可欠である。

文献 [1] では、トラフィックモニターを使って収集されたネットワーク上を流通するトラフィックについての分析結果が報告されている。目的は、高速の MPLS (マルチプロトコルレイヤーシステム) ルータの各種パラメータを決めるための基礎データを収集するためである。インターネット網で各ネットワーク設備に付与される IP (インターネットプロトコル) アドレスのアクセス状況の統計値をもとに、トラフィック解析が報告されている。その結果、最も確率モデルに適合する分布は、対数正規型確率分布になると報告されている。この報告は実測データをもとに解析された内容である。最もアクセス頻度の高かったのは、インターネット上にあるホームページのアドレスで、10,000 回以上のアクセス頻度を計測された。また、同文献の中で、インターネット上を流通するパケットフローの解析についても報告されている。パケットとは、ネットワーク設備、例えばルータがサーバから送信するデータを、インターネットプロトコルに適合させるために、あるサイズの大きさにフォーマットされたものをいう。インターネット上を流通するパケットフローの確率モデルとして最も適合する分布は、すそ野の長い分布を持つ対数正規型確率分布であると報告されている。すそ野の分布には、パレート分布が適合するという報告である。

[2] は、将来の無線通信ネットワーク網の構築に向けて、GPS (Global Positioning System) 測定装置を利用して 4 種類の移動体の通話トラフィックを統計的に比較している。4 種類の移動体は、都市間を走行するバス、保養向けの自動車、荷物運送トラック、およびタクシーである。ひとつの無線中継基地局がカバーするエリア (セル, 1,000 m) 内にとどまっている時間とセル間をまたがる割合についてのトラフィック特性を、4 種類の移動体について比較している。セル内滞留時間というには、上

*1 SHIRAI, Kenji [情報システム学科]

*2 AMANO, Yoshinori [(株)京南エレクトクス]

記4種類の移動体があるセルに参入した時間から他のセルに退出するまでの時間をいう。セル内滞留時間のモデル化を構築するために、4種類それぞれのセル内滞留時間を測定した結果、4種類の累積分布は、対数正規分布で近似することが適切と報告されている。

文献 [4] は、1次元で接続されたノード間の不安定状態におけるパケットフロー制御の安定性および適応性について述べている。パケットフローとは、単位時間当たりの送信されたパケット数と定義されている。このパケットフローは、リンク間での高トラフィック環境で下流ノードへ向けての伝送レートと同じ定義である。パケットフロー制御とは、下流側からの送信パケット数をもとに上流側ノードから送信するパケット量を制御することをいう。ここでは、伝送路上に存在するパケットの伝搬遅延と熱が伝搬する時と同じような拡散をモデル化している。表現としては、時間的空間的推移としての連続系拡散型の偏微分方程式としてモデル化されている。

文献 [1] と文献 [2]、いずれもランダムな状態でのトラフィック入力であるが、文献 [4] は、ランダムではないが、パケット密度の勾配をもとに、リンク間を拡散型の偏微分方程式でモデル化されている。本研究における広域情報系のパケット入力およびサーバ内キューイングバッファの時間的空間的挙動に本質的な差異はないと思われる。

本研究では、広域情報系に存在するサーバ入力パケットが対数型正規分布であるとし、かつサーバキューイングバッファ内に存在するキューの時間的変動が対数型正規分布であるならば入力パケットおよびキューイングバッファ内のキュー挙動のモデリングを数理ファイナンスを活用することにより数理的なモデリングが可能になることを報告する。ここで、サーバキューイングバッファ内のキュー挙動が対数型正規分布という仮定は、現実のキュー挙動からかけ離れた設定ではない。

サーバ系へのパケット入力およびサーバ内送受信バッファキュー内に蓄積されたキュー挙動がいずれも対数正規型確率分布に従うことを想定すれば、送信先サーバの不安定状態を事前に知ることにより、効率よい通信が可能となる。ネットワークシステムを有効に活用する意味で重要な課題である。本研究では、ネットワーク上に存在するサーバ系の安定評価についての考察を行う。

本研究では、力学系のエントロピー [5, 6] という考え方を活用する。もちろん、実際のネットワークでは、ノード間での経路選択方法に関して、ルータ内のルーティングプロトコルで送信経路を決定している。

エントロピーの活用については、まず送信元ノードと送信先ノード（中継機器で送信先サーバを含む）間の情報フロー密度を定義している。さらに、この情報フロー密度の変化率の確率的挙動が、対数正規分布 [1, 2] で規定されるものとしている。このような基礎的研究の工学的応用としては、広域情報系において、あるノード（サーバ等）が不安定状態である時、不安定状態のノードを避けて別の経路を選択して通信の効率化を図る応用が考えられる。広域情報系が、大規模になればなるほどノードのボトルネックを事前に認識できることが重要である。このように、本研究での意義は大きいと認識する。

2 力学系エントロピーを活用したサーバ系安定評価

2.1 問題の記述

はじめに、1次元のサーバ系における構成図を図1に示す。ノード i は、その前のリンク（接続）に繋がるサーバからパケットを受信する。受信パケットは、必ずしも論理的に連続したパケットとは限らない。受信されたパケットは、サーバ内の受信用のキューイング内に逐次蓄積される。蓄積されたキューを取り出す時は、論理的に意味のあるデータになるように蓄積されたキューイングバッファか

ら取り出す。よって、キュー内には不連続な位置から取り出すこともある。このような形態で取り出されたパケットは、サーバ内で処理される。処理されたパケットは分割されて、送信キューに送られ、ノード $(i+1)$ へ送信される。ノード $(i+1)$ についても、ノード (i) のサーバ内送受信キューおよびパケット処理と同じとする。また、送受信キューの容量は無限大とする。

ここで、サーバ (i) における入力過程のモデル化を考える。そこで、次のような仮定を行う。

仮定 1 個々のパケットレートは、1つ前の先行パケットとの間隔のみにより定まる。パケット消滅は、リンク間およびサーバ内では発生しないものとする。

仮定 2 パケットレートは、パケット発生時点の通信システムの状態により定まる。

仮定 3 システムに加わる加法的な外乱は、主に通信路におけるサイト間の非線形特性（例えばキューイング等）により定まる。

いま、図2は、第 (i) 系におけるパケット入力過程のモデルを表している。ここでは、[仮定 1] に従ってパケットの間隔時系列を次のように表す。

まず、各文字を以下のように定義する。

定義 1 $S_j(t)$; j 番目のパケットの時刻 t での到着時刻

定義 2 $S_{j-1}(t')$; $(j-1)$ 番目のパケットの時刻 t' での到着時刻

それゆえ、任意のサーバ系における入力過程の到着時間間隔は

$$T_j(t) \triangleq S_j(t) - S_{j-1}(t') \quad (1)$$

と定義できる。このような時間間隔系列の考え方は、例えば、自律的に発生する神経パルス列においても見られる [3]。

ここでは、周期パルス列の分散関係、すなわち、パルス間隔系列の確率分布に着目し、それを利用することを基本としている。

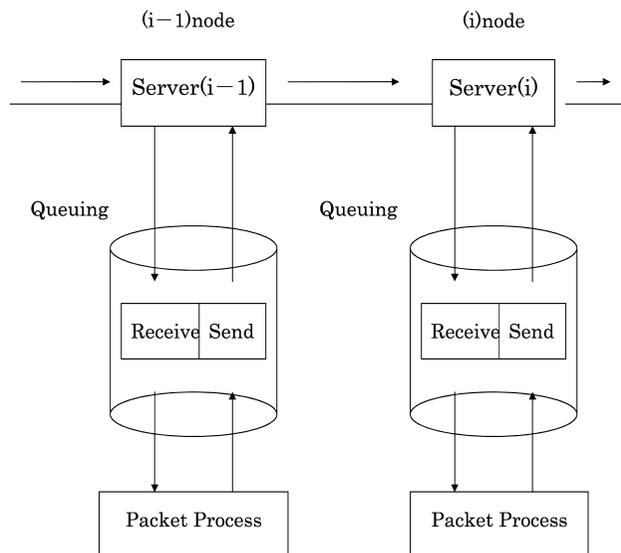


図1 サーバ系の構成図

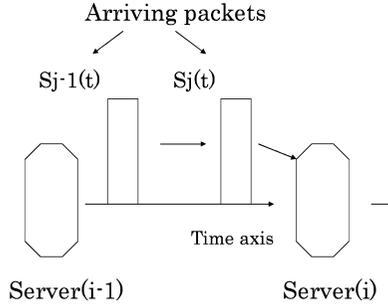


図2 パケット入力過程

時刻 $t \geq 0$ において、サーバへの入力パケットを $T_j(t)$ とし、これは連続値をとるものとする。また、 $T_j(t)$ の時間的変化率 $dT_j(t)/dt$ は一定値をとるのではなく、サーバ (i) に送信されてくるパケット蓄積量に影響をあたえながら、時々刻々と変化していく。

図3で使われている変数の確率空間について記述する。確率空間 (Ω, F) は可測空間であり、 I は、 $[0, \infty)$ として時間区間を表す。また、確率空間 (Z_t, F_t, P) 、 $t \in I$ と表され、 P は、 (Ω, F) における確率測度、 (F_t) は増大する σ -集合体の族であり、 (Z_t) は、 (F_t) に適合するランダム変数の族である。

図3に表われる各変数は、上記の確率空間上で定義された確率変数である。 $N_s(t)$ は広域情報系からのパケット入力過程。 $C_N(t)$ は、広域情報系に存在するサーバへ送信する出力過程。 $D(t)$ はサーバ内パケット処理への出力過程。 $Q(t)$ はサーバ内パケット処理への入出力過程を表す。ただし、 $Q(t)$ は、キューイングバッファとして広域情報系からの入力用と出力用の2種類のキューが存在する。簡単のために、一つのキューにしている。 $N_s(t)$ 、 $C_N(t)$ 、 $D(t)$ はすべて確率的な挙動を示し、それぞれは独立した確率過程とする。

以上の考え方を応用することにより、広域ネットワーク系におけるサーバ入力過程のモデルを構築する。そこで、式(1)を利用することにより $T_j(t)$ のモデルを以下のように定式化する。

$$\frac{dT_j(t)}{dt} = \beta [T_j(t) - T_{j-1}(t)] + bn_j(t) \quad (2)$$

ここで、 $\beta[\cdot]$ は $T_j(t)$ に関する確率分布を、 $n_j(t)$ は加的外乱 [仮定3] を表している。さらに、パケットレートを $\rho(t)$ [ビット/秒] とおき、入力パケット [ビット/秒] を $N_j(t)$ とおくと

$$N_j(t) \triangleq \rho(t) \cdot T_j(t) \quad (3)$$

と定義できる。ただし、 $j = 1, 2, \dots$ である。それゆえ、式(3)は形式的に

$$\frac{dN_j(t)}{dt} = W [N_j(t); t] + b [N_s(t); t] n_j(t) \quad (4)$$

と書ける。このとき、 $W[\cdot]$ は $N_j(t)$ に関する確率分布である。 $b[\cdot]$ は、外乱項係数の入力依存性を表している。

ここで、式(4)の線形モデルとして次式を得る。

$$\frac{dN_j(t)}{dt} = W_0 \cdot N_j(t) + b_0 N_j(t) n_j(t) \quad (5)$$

ここで、 W_0 、 b_0 は $N_j(t)$ の平均値 N_j^m の回りで線形化したときの係数であり、それぞれ

$$W_0 \equiv \frac{\partial W(N_j(t) | N_j(t) = N_j^m)}{\partial N_j} > 0 \quad (6)$$

$$b_0 \equiv \frac{\partial b(N_j(t) | N_j(t) = N_j^m)}{\partial N_j} > 0 \quad (7)$$

である。

それゆえ、式 (5) は形式的に以下のように表される。

$$dN_j(t) = W_0 \cdot dt + b_0 \cdot n_j(t) dt \quad (8)$$

このとき、式 (8) における外乱項を

$$n_j(t) dt \triangleq dZ_j(t) \quad (9)$$

とおく。ただし、 $dZ_j(t)$ はウィナー過程としての外乱項である。

以上のようなモデリングにより、広域情報系のサーバ入力過程は

$$\begin{aligned} \frac{dN_j(t)}{N_j(t)} &= W_0 \cdot dt + b_0 dZ_j(t) \\ &= \mu_j \cdot dt + \sigma_j dZ_j(t) \end{aligned} \quad (10)$$

のような対数正規型の確率微分方程式で表されることがわかる [1]～[2]。ただし、 μ_j は、 $N_j(t)$ の平均、 σ_j は $N_j(t)$ の分散を表す。このモデル式は、例えば、画像データのようなパケットの分散が大きい場合に見られる対数正規型の確率微分方程式で記述されたモデル式である。

広域情報系に存在するサーバ入力パケットが対数正規分布であるとし、かつサーバキューイングバッファ内に存在するキューの時間的変動が対数正規分布であるならば、サーバキューイングバッファ内のキュー挙動が対数正規分布と考えることは、現実のキュー挙動からかけ離れた考え方ではないと思われる。

すなわち、上述の考え方によりサーバ内キューイングモデルは形式的に以下のような表現できる。

$$\frac{dQ(t)}{Q(t)} = \mu dt + \sigma dZ(t) \quad (11)$$

ただし、 μ は、 $Q(t)$ の平均、 σ は $Q(t)$ の分散、 $dZ(t)$ はウィナー過程としての外乱項を表す。

このようにして、広域情報系に存在するサーバ系に入力されるパケットがサーバ内にキューイングされ、サーバキューイング出力されたパケットは、その後サーバ内で処理される。このことを図3で表す。

図3のサーバ系についての前提条件は、図2の中で広域情報系に存在するサーバ系へのパケット入力は、対数正規分布をとるものとする。

つぎに、図4に表す $H(t)$ は、情報フロー密度を表す。情報フロー密度とは、ある時間間隔内に存在するパケットのビット数をいう。このように時刻 t における情報フロー密度を $H(t)$ とおくと $(t+\tau)$ ($\tau > 0$) における情報フロー密度と比較し、それを以下のように定義する。

定義 3

$$\Delta H(t) \triangleq H(t+\tau) - H(t) \quad (12)$$

と定義する。このとき、つぎのようなサーバ系のパケット送信に関するポリシーを与えるものとする。
 $\Delta H(t) > 0$ のとき、サーバ送信を積極的に行う。 $\Delta H(t) < 0$ のとき、サーバ送信を控える。

ここで、 $H(t)$ の増分 $\Delta H(t)$ をつぎのように定義する。

定義 4 $H(t)$ の増分 $\Delta H(t)$ に対する無次元レートを $\Delta H(t)/H(t)$ とする。これは、 $H(T)$ の時間に対する変化率を表している。すなわち、情報フロー密度に対する変化率である。

サーバ系内で処理されたパケットは、出力用キューを介して広域情報系内のサーバ系に送出される。送出されるパケットは、ここでは、画像データのような分散の大きいパケットを想定している。通信路上に存在するパケットは、確率的であるから、動的モデルとして式 (10), (11) に準じて

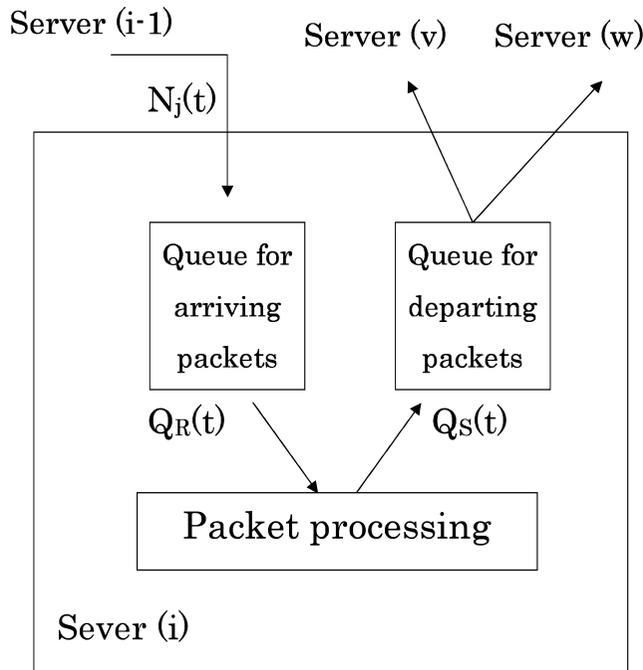


図 3 広域情報系におけるサーバ系パケットの入出力関係

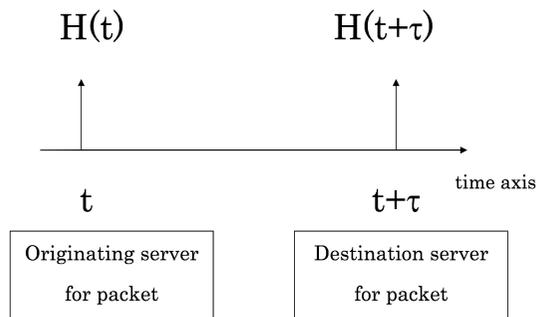


図 4 時間間隔 τ での情報密度

$$\frac{dH(t)}{H(t)} = \mu_h dt + \sigma_h dZ_h(t) \quad (13)$$

と表すことにする。ここで、 μ_h は、 $H(t)$ の平均を表し、 σ_h は $H(t)$ の分散を表す。 $Z_h(t)$ は、ウィナー過程とする。

つぎに、観測時間 $t \in [0, T]$ において $H(t)$ が $x \leq H(t) \leq x + dx$ となる確率関数は $\phi(x, t) dx$ と定義できる。ただし、 $\phi(x, t)$ は確率密度関数である。

いま、あらためて

$$P(x, t; \sigma) = \int_{-\infty}^x \phi(x, t; \sigma) dx \quad (14)$$

で確率関数 $P(x, t; \sigma)$ を定義する。ただし、式 (14) における確率密度関数 $\phi(x, t)$ を

$$\phi(x, t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\xi^2}\right) \quad (15)$$

のような平均ゼロの正規分布を仮定した。

このとき、エントロピー関数は次式で定義できる [1, 2]。

$$-\int P(x_i, t; \sigma) \ln P(x_i, t; \sigma) dx_i \quad (16)$$

ここで、添え字 (i) はサーバの番号を表している。さらに、 $H(t)$ が確率関数であることから

$$\begin{aligned} U &= \langle H(t) \rangle + \xi \\ &= H + \xi \end{aligned} \quad (17)$$

のような変数を定義する。ただし、 $\langle H(t) \rangle$ は平均値であり、 ξ は、白色雑音である [1, 2]。

いま、閾値 θ_i に対して $P_i(U > \theta_i)$ となる確率は

$$\begin{aligned} P_i(U > \theta_i) &= P(\xi > \theta_i - H) \\ &= P(\xi > \delta_i) \\ &= 1 - F(\theta_i - H) \end{aligned} \quad (18)$$

となる。ゆえに、

$$\begin{aligned} P_i(\xi > \delta_i) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2}} \int_{\delta_i}^{\infty} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma_\xi^2}\right) ds \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_i/\sigma_\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \\ &= 1 - \Phi(\delta_i/\sigma_\xi) \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、 $\delta_i = \theta_i - H$ である。よって、式 (18), (19) より

$$P_i(U > \theta_i) = \Phi(\delta_i/\sigma_\xi) \quad (20)$$

が得られる。ただし、

$$\Phi(\delta_i/\sigma_\xi) = \int_{\delta_i/\sigma_\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \quad (21)$$

であり、 σ_ξ は ξ の分散を表している。また、閾値に対するエントロピー関数は次式で定義できる [5, 6]。

$$-\int P_i(\xi/\delta_i) \ln P_i(\xi/\delta_i) d\delta_i \quad (22)$$

ここで、 $P_i(\xi > \delta_i)$ は閾値に対する確率である。

いま、サーバ i におけるパケットフロー密度の時間平均が $\hat{H} = h_i$ となる確率は

$$\begin{aligned} \Phi(h_i) &= \int_{-\infty}^{h_i} P_i(h_i) dh_i \\ &= \int_{-\infty}^{h_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \exp\left(-\frac{h_i^2}{2\sigma_\xi^2}\right) dh_i \\ &= 1 - \int_{h_i/\sigma_\xi}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{h_i^2}{2}\right) dh_i \end{aligned} \quad (23)$$

となる。ゆえに、

$$\begin{aligned} P_i(h_i; \sigma_\xi) &= \Phi(h_i, \sigma_\xi) \\ &= 1 - \phi(h_i/\sigma_\xi) \end{aligned} \quad (24)$$

とおける。これより、サーバ i のエントロピーは

$$-\sum_i P_i(h_i; \sigma_\xi) \ln P_i(h_i/\sigma_\xi) \quad (25)$$

と計算できる。

ここで、数値計算結果を報告する。

3 空間エントロピーの数値計算例

ここで、図5は、 $\sigma_\xi = 1$ としている。かつパケットレート変化率は $1 - 0.79$ という高領域での情報エントロピーを示す。図6は、 $\sigma_\xi = 1$ としている。かつパケットレート変化率は $0.79 - 0.58$ という中領域での情報エントロピーを示す。図7は、 $\sigma_\xi = 1$ としている。かつパケットレート変化率は $0.6 - 0.18$ という低領域での情報エントロピーを示す。図8は、 $\sigma_\xi = 3$ としている。かつパケットレート変化率は $1 - 0$ という全領域での情報エントロピーを示す。

以上の数値計算例からわかることは、ボラティリティが比較的小さい場合にはパケットレート変化率の変化に対して、臨界値が確かめられる。このような臨界値は数々の研究結果により認められている。

すなわち、このエントロピー極大点におけるパケットレート変化率が最大となる。また、ボラティリティが大きい場合にはパケット変化率が小さくなると、エントロピーが小さくなることが確かめられる。これにより、情報エントロピーが減少する（増大する）こととサーバ系におけるキューイング処理ポテンシャル（自由エネルギー）が増大する（減少する）ことは同様の意味があると思われる。

すなわち、情報エントロピーの計算はサーバ系の処理ポテンシャルを認識する上で重要なことであり、その意味で本研究の意義は認識できると思われる。

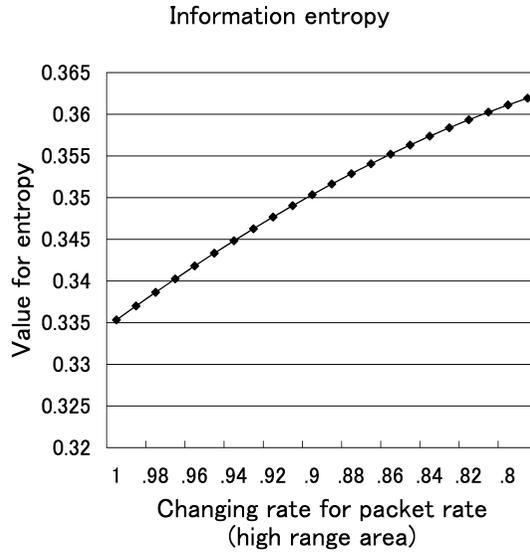


図5 計算例-1 情報エントロピー

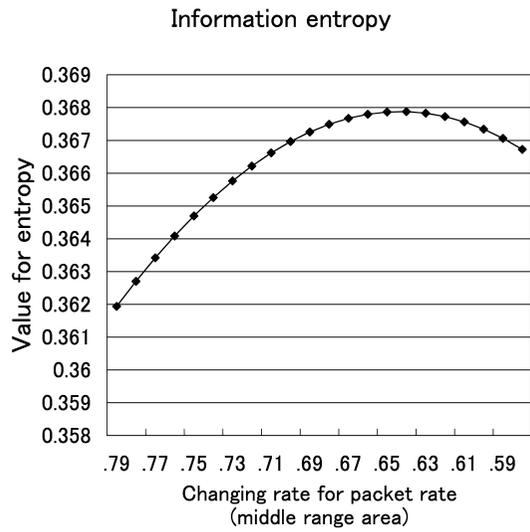


図6 計算例-2 情報エントロピー

Information entropy

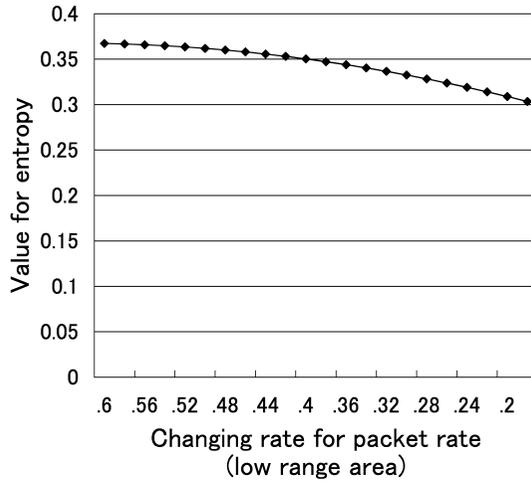


図7 計算例-3 情報エントロピー

Information entropy

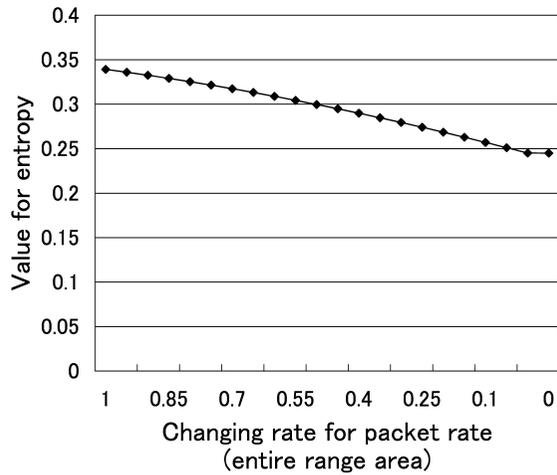


図8 計算例-4 情報エントロピー

4 むすび

本研究では、広域情報系におけるサーバ系の安定評価を、力学系におけるエントロピーを活用することを提案している。エントロピーを活用する場合、送受信サーバ間において、同一時刻でのパケット密度を測定する必要がある。数値計算例からも理解できるように、パケットレート変化率が最大になると、エントロピーが極大点を持つ。サーバ系の安定評価基準として活用できることがわかる。例えば、広域情報系でのサーバ間通信での通信経路選択に適用することも可能である。

参考文献

- [1] S. ATA, M. MURATA, H. MIYAHARA : Analysis of Network Traffic and Its Application to Design of High-Speed Routers ; IEICE TRANS. INF and SYST., Vol. E83-D, No. 5, pp. 988-995, (2000)
- [2] H. HIDAKA, K. SAITOH, N. SHINAGAWA, T. KOBAYASHI : Teletraffic Characteristics of Cellular Communication for Different Types of Vehicle Motion ; IEICE TRANS. COMMUN., pp. 558-564, Vol. E84-B, No. 3, 2001
- [3] C. Takano and M. Aida : Stability and Adaptability of Autonomous Decentralized Flow Control in High-Speed Networks ; IEICE trans. Commun., Vol. E84-B, No. 1, (2001)
- [4] 堀川：神経パルス列の伝播の kinematic モデルに基づく解析；計測自動制御学会論文誌, pp. 805-810, vol. 34, No. 10, 1995
- [5] 北原 和夫：非平衡系の統計力学；岩波書店, (2000)
- [6] 西森 秀稔：スピングラス理論と情報統計力学；岩波書店, (1999)
- [7] Benettin, G., Galgani, L. and Strelcyn, J.M : Kolmogorov Entropy and numerical experiments ; Physical Review, vol A-14, pp. 2338-2345, (1976)